

Płaszczyzna w przestrzeni

1. Napisać równania (ogólne i odcinkowe) płaszczyzn:

1. przechodzącej przez $P_0 = (1, -2, 3)$ i prostopadłej do $\vec{n} = [2, 3, -2]$;

2. przechodzącej przez $P_0 = (2, -2, 3)$ i równoległej do wektorów

$$\vec{a} = [2, 3, -1], \vec{b} = [-3, 2, 0]$$

3. przechodzącej przez punkty $P_1 = (1, 0, 2), P_2 = (3, -2, 1), P_3 = (0, 4, -3)$.

2. Znaleźć rzut punktu $P = (1, 2, 4)$ na płaszczyznę $x - 3y + 4z - 3 = 0$.

3. Znaleźć punkt B symetryczny do punktu $A(5, 2, -1)$ względem płaszczyzny $2x - y + 3z + 23 = 0$.

4. Obliczyć odległość między równoległymi płaszczyznami $30x - 32y + 24z - 75 = 0$, $15x - 16y + 12z - 25 = 0$. *Odp. $\frac{1}{2}$.*

5. Obliczyć odległość płaszczyzn $2x + 5y - z + 7 = 0$, $2x + 5y - z + 12 = 0$.

6. Znaleźć równanie płaszczyzny odcinającej na osiach układu odcinki proporcjonalne do liczb 1,2,3 i oddalonej od punktu $M(3, 5, 7)$ o 4.

Odp. $6x + 3y + 2z - 19 = 0$, $6x + 3y + 2z - 75 = 0$.

Prosta w przestrzeni

7. Napisać równania parametryczne prostej l przechodzącej przez punkty $P_0 = (4, -2, -6)$, $P_1 = (2, -2, 3)$.

8. Znaleźć punkty, w których prosta $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{2}$ przecina płaszczyzny układu współrzędnych.

9. Wyznaczyć rzut punktu $P = (2, 0, -3)$ na prostą $x = 1 + 2t$, $y = 2 - t$, $z = 1 + 4t$.
 Odp. $P' = (-\frac{1}{7}, \frac{18}{7}, -\frac{9}{7})$.

10. Napisać równania prostych przechodzących przez punkty przecięcia płaszczyzny $3x - 2y + 6z - 6 = 0$ z osiami układu współrzędnych.

11. Na prostej $2x + y + z + 8 = 0$, $x - 4y - 2z - 5 = 0$ znaleźć punkt P oddalony o 5 od płaszczyzny $3x - 6y + 2z - 10 = 0$. *Odp. $P_1 = (-5, -7, 9)$, $P_2 = (-\frac{5}{3}, \frac{4}{3}, -6)$.*

12. Znaleźć rzut punktu $A(1, -2, 1)$ na prostą

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z-2}{2}.$$