

Arytmetyka modulo p

1. Napisać tabelki dodawania i mnożenia modulo 6 w zbiorze \mathbb{Z}_6 . Które elementy mają odwrotności? Przy pomocy tabelki rozwiązać w \mathbb{Z}_6 równania $2x = 0$, $x^2 = 0$.
2. a) Napisać tabelki dodawania i mnożenia modulo 5 w zbiorze \mathbb{Z}_5 .
b) Dla każdego elementu $a \in \mathbb{Z}_5$ wypisać element przeciwny i odwrotny (dla $a \neq 0$).
c) Rozwiązać w \mathbb{Z}_5 równania $x + 2 = 1$, $4x = 3$, $3x + 4 = 2$, $3(x + 1) = 2$, $x^2 = 4$.
3. Wykazać, że dla $x, y \in \mathbb{Z}_3$ mamy wzór $(x + y)^3 = x^3 + y^3$.
4. a) Wykazać, że jeśli p jest liczbą pierwszą i $k = 1, 2, \dots, n - 1$, to p dzieli $\binom{p}{k}$.
b) Wykorzystując a) wykazać, że dla $x, y \in \mathbb{Z}_p$, gdzie p jest liczbą pierwszą, mamy wzór $(x + y)^p = x^p + y^p$.